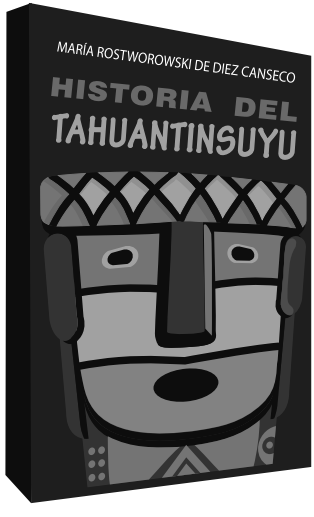
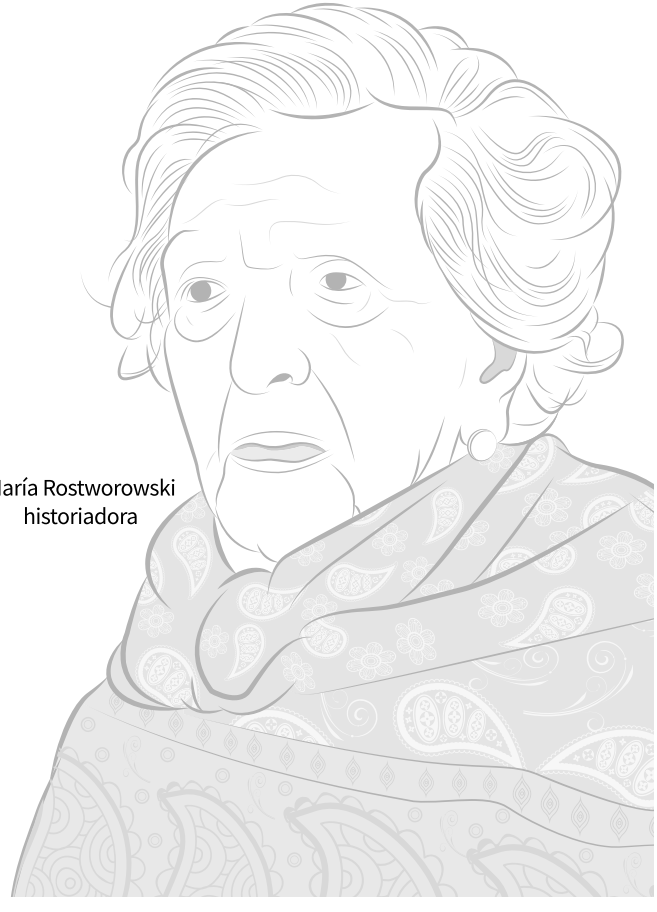
ACADEMIA ADUNI
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Semana 7
Álgebra

Semestral Intensivo Virtual ADUNI 2020





María Rostworowski
historiadora

Lumbreras Editores

Sistemas de ecuaciones lineales y no lineales

SISTEMA DE ECUACIONES

Es un conjunto formado por dos o más ecuaciones, en las que intervienen dos o más incógnitas.

Ejemplos

- $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x-y=1 \end{cases}$
- $\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=1 \\ x^2-y^2=64 \end{cases}$
- $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ x+y-z=4 \end{cases}$

Solución de un sistema

La solución de un sistema es una colección de números que verifican simultáneamente a todas las ecuaciones.

Por ejemplo, la solución del sistema

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x-y=10 \end{cases}$$

es el par ordenado $(3; -1)$ ¡Verifíquelo!

Métodos de resolución de sistemas

Método de reducción (eliminación)

Consiste en realizar operaciones entre las ecuaciones.

Aplicación

Resuelva

$$\begin{cases} 2x+3y=5 & \text{(I)} \\ 3x-y=2 & \text{(II)} \end{cases}$$

Determine el valor de x.

Resolución

Multiplicamos por 3 a la ecuación (II)

$$\begin{array}{l} 2x+3y=5 \\ \underline{9x-3y=6} \quad \downarrow (+) \\ 11x=11 \end{array} \qquad \therefore \quad x=1$$

Método de sustitución

Consiste en despejar una incógnita y reemplazar en el resto de ecuaciones.

Ejemplo

Resuelva

$$\begin{cases} x^2+xy=2y & \text{(I)} \\ x+y=2 & \text{(II)} \end{cases}$$

Resolución

Despejamos de (II) $y=2-x$

Reemplazamos en (I)

$$x^2+x(2-x)=2(2-x)$$
$$x^2+2x-x^2=4-2x$$
$$4x=4$$
$$x=1 \quad \rightarrow \quad y=1$$

$\therefore$ CS = {(1; 1)}

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

De orden 2

Ejemplo

$$\begin{cases} 3x+5y=80 \\ 2x+y=30 \end{cases}$$

De orden 3

Ejemplo

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+2z=8 \\ 3x-y-z=2 \end{cases}$$

Teorema

A partir del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

donde a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 y c_2 son constantes no nulas, diremos lo siguiente:

1. El sistema es compatible determinado si y solo si

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

Observación
solución única

2. El sistema es compatible indeterminado si y solo si

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Observación
Posee infinitas soluciones.

3. El sistema es incompatible si y solo si

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Observación
No posee solución.

ACADEMIA ADUNI CREEMOS EN LA EXPERIENCIA

Problemas resueltos

1. Resuelva el sistema lineal

$$\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$$

Resolución

Consideremos

$$2x+3y=12 \quad \text{(I)}$$

$$3x-2y=15 \quad \text{(II)}$$

Calcule 2(I) y 3(II).

$$\begin{array}{l} 4x+6y=24 \\ 9x-6y=15 \\ \hline 13x=39 \end{array} \Big\downarrow (+)$$

$$x=3 \quad \rightarrow \quad y=2$$

Rpta.: CS = {(3; 2)}

2. Resuelva el sistema no lineal.

$$\begin{cases} x+y=2xy \\ y+z=3yz \\ z+x=7zx \end{cases}$$

Resolución

Consideremos el sistema

$$\begin{array}{l} \dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{2xy}{xy} \rightarrow \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}=2 \\ \dfrac{y+z}{yz}=\dfrac{3yz}{yz} \rightarrow \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{y}=3 \\ \dfrac{z+x}{zx}=\dfrac{7zx}{zx} \rightarrow \underline{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=7} \end{array} \Big\downarrow (+)$$

$$2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=12$$

$$\frac{1}{x}+\underbrace{\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}=6$$

$$\frac{1}{x}+3=6$$

$$\frac{1}{x}=3 \ \wedge \ \frac{1}{y}=-1 \ \wedge \ \frac{1}{z}=4$$

Por lo tanto

$$x=\frac{1}{3} \ \wedge \ y=-1 \ \wedge \ z=\frac{1}{4}$$

Rpta.: $\text{CS}=\left\{\left(\frac{1}{3};-1;\frac{1}{4}\right)\right\}$

3. Dado el sistema no lineal

$$\begin{cases} x^2-2x=y+1 & \text{(I)} \\ 2x-y=4 & \text{(II)} \end{cases}$$

determine el número de soluciones.

Resolución

Usando el método de sustitución en (II)

$$y=2x-4 \quad \text{(III)}$$

En (I)

$$x^2-2x=2x-4+1$$

$$x^2-4x+3=0$$

$$(x-3)(x-1)$$

$x=1$ en (III) $y=-2$

$x=3$ en (III) $y=2$

$\text{CS}=\{(1;-2),(3;2)\}$

Rpta.: 2

ACADEMIA ADUNI CREEMOS EN LA EXIGENCIA

4. Dado el sistema lineal

$$\begin{cases} 2x+3y=m \\ mx-2y=2m-1 \end{cases}$$

determine los valores de m para que el sistema tenga solución única.

Resolución

$$\frac{2}{m} \neq \frac{3}{-2}$$

$$-4 \neq 3m$$

$$-\frac{4}{3} \neq m$$

Rpta.: $m \in \mathbb{R} - \left\{-\frac{4}{3}\right\}$

5. ¿Para qué valores de a y b el siguiente sistema tiene infinitas soluciones?

$$\begin{cases} (a+1)x+by=10 \\ ax+(b+2)y=2 \end{cases}$$

Dé como respuesta la suma de los valores encontrados.

Resolución

$$\underbrace{\frac{a+1}{a}}_{\text{(I)}} = \overbrace{\frac{b}{b+2}}^{\text{(II)}} = \frac{10}{2}$$

De (I)

$$\frac{a+1}{a}=5 \;\rightarrow\; a+1=5a$$

$$1=4a$$

$$a=\frac{1}{4}$$

De (II)

$$\frac{b}{b+2}=5 \;\rightarrow\; b=5b+10$$

$$-4b=10$$

$$b=-\frac{5}{2}$$

$$\therefore\; a+b=\frac{1}{4}-\frac{5}{2}=-\frac{9}{4}$$

Rpta.: $-\frac{9}{4}$

6. Si x e y son números reales positivos y se tiene que

$$\begin{cases} 3\sqrt{x}+2\sqrt{y}=18 \\ 9x-4y=108 \end{cases}$$

halle el valor de $x+y$.

Resolución

Del dato

$$9x-4y=108$$

$$\left(3\sqrt{x}\right)^2-\left(2\sqrt{y}\right)^2=108$$

$$\underbrace{\left(3\sqrt{x}+2\sqrt{y}\right)}_{18}\underbrace{\left(3\sqrt{x}-2\sqrt{y}\right)}_{6}=108$$

$$\begin{array}{l} 3\sqrt{x}+2\sqrt{y}=18 \\ \underline{3\sqrt{x}-2\sqrt{y}=6} \\ 6\sqrt{x}=24 \end{array} \quad \Big\downarrow (+)$$

$$\sqrt{x}=4 \;\wedge\; \sqrt{y}=3$$

$$x=16 \;\wedge\; y=9$$

$$\therefore\; x+y=25$$

Rpta.: 25

7. En el sistema

$$\begin{cases} 2x+5y=b+2 \\ 3x-y=b+3 \end{cases}$$

¿cuál es el valor de b para tener $x=\frac{y}{2}$?

Resolución

En la ecuación

- $2x+5y=b+2$

$$\downarrow$$

$$2\left(\frac{y}{2}\right)+5y=b+2$$

$$6y=b+2 \quad \rightarrow \quad y=\frac{b+2}{6}$$

- $3x-y=b+3$

$$\downarrow$$

$$3\left(\frac{y}{2}\right)-y=b+3$$

$$\frac{y}{2}=b+3 \quad \rightarrow \quad y=2b+6$$

Igualamos los valores de y.

$$2b+6=\frac{b+2}{6}$$

$$12b+36=b+2$$

$$11b=-34$$

$$\therefore \ b=-\frac{34}{11}$$

Rpta.: $-\frac{34}{11}$

8. Dado el sistema lineal

$$\begin{cases} kx+2y=k-1 \\ x-ky=k-1 \end{cases}$$

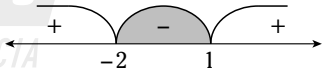
halle los valores de k para que x sea negativo.

Resolución

$$k(kx+2y)=k(k-1) \rightarrow k^2x+2ky=k^2-k \ \Big| \ (+)$$
$$2(x-ky)=2(k-1) \rightarrow 2x-2ky=2k-2 \ \downarrow$$
$$(k^2+2)x=k^2+k-2$$

$$x=\underbrace{\frac{k^2+k-2}{k^2+2}}_{k^2+k-2<0}<0$$

$$(k+2)(k-1)<0$$



$$\therefore \ k \in \langle -2; 1 \rangle$$

Rpta.: $\langle -2; 1 \rangle$

ACADEMIA ADUNI CREEMOS EN LA EXIGENCIA

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO

1. Si compro 4 manzanas y 6 peras pago S/16,80, pero si compro 5 manzanas y 4 peras pago S/14,70. ¿Cuánto cuesta cada pera?

A) S/2,10 B) S/1,40 C) S/0,90 D) S/1,80

2. Determine la relación adecuada.

I. $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 5 \\ x - \sqrt{2}y = 1 \end{cases}$

II. $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 9x + 6y = 18 \end{cases}$

III. $\begin{cases} x - 3y = 12 \\ 4x - 12y = 10 \end{cases}$

a. compatible indeterminado
b. compatible determinado
c. incompatible

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIa, IIIc
C) Ic, IIa, IIIb D) Ib, IIc, IIIa

3. Para hacer torta especial se necesita 2 kg de harina y 1/2 kg de huevo, pero para hacer una torta inglesa se necesita 2,5 kg de harina y 3/4 kg de huevo. Si en total se usó 22 kg de harina y 6 kg de huevo, ¿cuántas tortas especiales se preparó?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5

4. La edad del padre es 4 veces la edad de su hijo aumentado en 10 y dentro de 8 años las edades sumarán 41 años. ¿Dentro de 17 años cuánto será la diferencia de edades?

A) 30 B) 15 C) 20 D) 19

5. Un hombre rema un bote aguas arriba desde un punto en un río, a otro punto a 20 m de distancia, en 3/2 horas. El viaje de regreso, a favor de la corriente, le toma solo 45 minutos. ¿Cuánto tiempo se demora en aguas tranquila, es decir, la velocidad del río cero?

A) 50 min B) 1 h y 10 min
C) 1 h D) 45 min

6. Se tiene un jardín de forma rectangular tal que su diagonal mide $\sqrt{15}$ m y posee un área de 6 m^2. Calcule el perímetro del jardín.

A) $6\sqrt{3}$ m B) $8\sqrt{3}$ m
C) $5\sqrt{3}$ m D) $4\sqrt{3}$ m

7. Se tiene un rectángulo tal que su perímetro es de 9 u y su área es de 5 u^2. Calcule la diferencia entre su largo y su ancho.

A) 1 u B) 0,5 u C) 1,5 u D) 0,7 u

8. María inició una dieta que requiere el consumo de 580 calorías en cada comida, 9 gramos de fibra y 16 gramos de grasas. El cuadro siguiente muestra el contenido de fibras, gradas y calorías de una porción de cada uno de tres alimentos en el desayuno. ¿Cuántas porciones de cada alimento debe tomar María para seguir su dieta?

Alimento	Fibra	Grasa	Calorías
tostada	3	1	100
queso	0	5	120
fruta	3	0	60

A) 1 tostada, 3 de queso y 1 de fruta
B) 2 tostadas, 3 de queso y 1 de fruta
C) 1 tostada, 2 de queso y 2 de fruta
D) 1 tostada, 3 de queso y 2 de fruta

9. El sistema lineal mostrado

$\begin{cases} ax + by = 2a - 6 \\ bx + ay = 30 + 2b \end{cases}$

tiene como solución a (1; 2). Halle el valor de ab.

A) 144 B) 108 C) 104 D) 96

10. Dado el sistema lineal

$\begin{cases} (2k-1)x + ky = 2y + 3 \\ kx + 2y = 3y + k + 2 \end{cases}$

halle los valores del parámetro k para que el sistema posea infinitas soluciones.

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$
C) $-1 \vee 1$ D) 1

11. El costo de las entradas a una función de teatro es de S/25 para adultos y el costo de la entrada de niños es del 60% de la entrada de adultos. Si el sábado pasado asistieron 155 personas y se recaudaron S/3525, determine la diferencia del número de adultos y niños que asistieron al teatro.

A) 120 B) 85 C) 35 D) 115

12. Los Dávila viajan en canoa en el río Bajo Pachitea a una velocidad promedio de 4,85 km/h cuando reman con la corriente y 2,15 km/h cuando reman en contra de la corriente. ¿Cuánto tiempo demorarán en recorrer 14 km en aguas tranquilas?

A) 6 h B) 10 h C) 8 h D) 4 h

13. Don José y don Mario fueron a comprar semillas. Don José compró 5 sacos de maíz y 3 de frijol, y don Mario compró 3 sacos de maíz y 4 sacos de frijol. La carga de don José fue de 540 kg y la de don Mario de 500 kg. ¿Cuánto pesarán 10 sacos de maíz y 10 sacos de frijol?

A) 1400 kg B) 1200 kg
C) 1500 kg D) 1600 kg

14. Con S/29 compro arroz y azúcar y entre ambas cantidades que compré pesa 8 kg. Sabiendo que el kilo de arroz cuesta S/2,8 y el de azúcar S/5, ¿cuántos kg de arroz compré?

A) 6 B) 5 C) 4,5 D) 3,7

15. Dado el sistema lineal

$$\begin{cases} 2x+3y+z=1 \\ x-y+z=2 \\ x+2y-z=3 \end{cases}$$

determine el valor de y.

A) 1 B) 0 C) 2 D) -1

16. En una bodega, el gramo de queso cuesta S/0,03, el gramo de mantequilla S/0,04 y la unidad de pan S/0,20 por lo que paga S/19,50. Si hubiera ido a otra bodega donde el gramo de queso cuesta S/0,04 y el de mantequilla S/0,05 y la unidad de pan S/0,30 pagaría un total de S/25,5, llevando la misma cantidad de cada producto que llevo de la bodega inicial. Si se sabe que la cantidad de queso es igual a la cantidad de mantequilla que compro. ¿Cuántos panes compro?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 9

17. Computers S.A. fabrica tres modelos de computadoras personales: premiun, clon y básica-segura. Para armar una computadora modelo premiun necesita 8 h de ensamblado, 3 para probarla y 2 más para instalar sus programas. Para una clon requiere 6 horas de ensamblado, 2 h para probarla y 2 para instalar los programas y, por último, para una básica-segura requiere 4 h de ensamblado, 2 para probarla y 1 hora para instalar los programas. Si la fábrica dispone en horas por mes de 320 para ensamblaje, 120 para pruebas y 85 h para instalación de programas, ¿cuántas computadoras se pueden producir por mes?

A) 40 B) 50 C) 30 D) 45

18. Un negociante internacional necesita, en promedio, cantidades fijas de yenes japoneses, francos franceses, y marcos alemanes para cada uno de sus viajes de negocios. Este año viajó tres veces. La primera vez cambió un total de \$434 a la siguiente igualdad: 100 yenes, 1,5 francos y 1,2 marcos por dólar. La segunda vez cambió un total de \$406 con las siguientes tasas: 100 yenes; 1,2 francos y 1,5 marcos por dólar. La tercera vez cambió \$434 en total a 125 yenes, 1,2 francos y 1,2 marcos por dólar. ¿Qué cantidad de francos compró cada vez?

A) 130 B) 126 C) 140 D) 294

ACADEMIA ADUNI CREEMOS EN LA EXCELENCIA

ACADEMIA

ADUNI

CREEMOS EN LA EXIGENCIA

955 148 975 | 480 0048
www.aduni.edu.pe